№1

Домбругов

Расселим студентов сначала в 4-х местную комнату. Всего вариантов так сделать $C_7^4 = 35$.

Теперь осталось 3 ученика. Поселим одного из них в одноместную. Всего этих вариантов $C_3^1 = 3$.

Т.о. всего способов — $35 \cdot 3 = 105$

Ответ: 105

№3

Пусть $v_н$ — скорость поедания мороженого Незнайкой, $v_п$ — Пёстренького; t — время поедания мороженого после передаче мороженого; $N_п$ — кол-во мороженого Пестренького после передачи, $N_н$ — Незнайки; $v_{общ}$ — совместн. скорость поедания мороженого

$$v_н = \frac{240}{5\frac{1}{3}} \frac{мор}{час}$$

$$v_п = \frac{120}{4} \frac{мор}{час}$$

$$v_н = 45 \frac{мор}{ч}$$

$$v_п = 30 \frac{мор}{ч}.$$

$$v_{общ} = v_н + v_п$$

$$v_{общ} = 75 \frac{мор}{ч}$$

$$t = \frac{360}{75}$$

$$t = 4\frac{4}{5} ч.$$

$$N_н = t \cdot v_н$$

$$N_п = t \cdot v_п$$

$$N_н = 216 мор$$

$$N_п = 144 мор.$$

Т.о. кол-во мороженного Пёстренького увеличилось на 24 ⟹ на 20%; у Незнайки уменьшилось на столько же ⟹ ⟹ на 10%

Ответ: на 20% относительно первоначального кол-ва Пёстренького; на 10% — кол-ва Незнайки.

№ 4

~~Д~~ Предположим противное

Тогда это сумма равна нулю. $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ каждое из 3 произведений равно нулю.

Рассмотрим первое:

$a^2(c-b)$

Заметим, что либо $a^2=0 \Rightarrow a=0$; либо $c-b=0 \Rightarrow c=b$, чего не может быть. $\Rightarrow a=0$.

Аналогично, $b=0$; $c=0$.

Но тогда они все равны. Пр-ие $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ предположение неверно $\Rightarrow$ сумма не равна нулю

ЧТД.

№ 5

Представим, что зеленые шары „перегородки", не стоящие рядом. Тогда для каждого варианта расстановки красных и синих шаров есть по C_{51}^{5}, т.к. позиций 51: 49 „между шарами" и 2 „крайних".

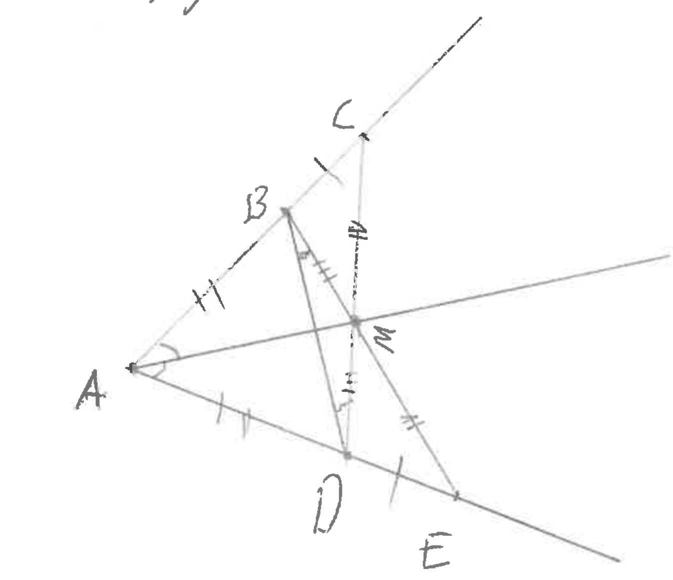
Посчитаем кол-во способов расставить красные и синие шары:

всего $50!$, однако каждый вариант мы посчитали $30! \cdot 20!$ раз, итого $\frac{50!}{30! \, 20!}$.

Тогда всего вариантов $C_{51}^{5} \cdot \frac{50!}{30! \, 20!}$

Ответ: $C_{51}^{5} \cdot \frac{50!}{30! \, 20!}$

Домбругов № 2



Дано:
$AB = AD$
$BC = DE$

Доказать:
AM – биссектр.

Решение:

$\triangle ADC = \triangle ABE$, т.к. $\angle CAE$ – общ; $AB = AD$ по усл.; $AC = AE$, т.к. $AC = AB + BC = AD + DE = AE$ $\Rightarrow$

$\Rightarrow DC = BE$.

$\triangle BDE = \triangle BDC$, т.к. BD – общ; $DC = BE$; $BC = DE$. $\Rightarrow \angle DBM = \angle MDB$. $\Rightarrow \triangle BMD$ – равнобедр.

$\Rightarrow BM = DM \Rightarrow EM = CM$. Тогда $\triangle ABM = \triangle ADM$, т.к. $AB = AD$; AM – общ; $BM = DM$. $\Rightarrow \angle BAM = \angle MAD \Rightarrow AM$ – биссектриса

№ 6.

Замечу, что треугольник не получится, только если все 3 точки на одной стороне. Всего таких случаев $C_{10}^3 + C_{11}^3 + C_{12}^3$. Все остальные подходят. Замечу, что всего вариантов выбрать 3 точки C_{33}^3. Тогда „правильных" – $C_{33}^3 - (C_{10}^3 + C_{11}^3 + C_{12}^3)$.

Ответ: $C_{33}^3 - (C_{10}^3 + C_{11}^3 + C_{12}^3)$

№ 8

Замечу, что при возможности изменить 1 цифру без изменения других, мы можем получить любую ~~ю~~комбинацию. Замечу, что мы можем изменить цифру, либо поменяв все цифры кроме ближайшей, на 0.

Замечу, что менять 1-ую цифру мы ~~это же~~ уже умеем. Научимся менять вторую: делаем первую цифру И и применяем действие 2, потом возвращаем первую цифру в нач. позицию. Теперь мы можем менять первые 2 цифры как хотим. 3-ю из менять тоже легко – меняем 2 цифру на 1, после чего первую – на 0. Потом действуем 2 меняем 3 цифру, после чего возвращаем 1 и 2 цифру в начальное значение. Далее можем повторить то же самое, но уже с 4-ой цифрой, потом 5-ой и т.д.

Т.о. мы можем менять любую цифру, не меняя оставшейся последовательности ⇒ можем получить любую комбинацию. Ч.Т.Д.

№ 7

Возьмем человека с наименьшим кол-вом знакомств. Среди его знакомых выберем такого же, который не состоит не в паре но в тройке.
Допустим, останется один, без пары. Он знаком с минимум 25 ⇒ у кого-то из них есть пара „внутри" его круга знакомств, т.к.
пар 25, а людей „извне" – 24. Т.о. мы можем хотя бы максимум.
его добавить к той паре, которая целиком „внутри" круга знакомств, и тогда те двое знакомы, а также он знаком с обоими. Т.о. можно. Ч.Т.Д.